Przykładowe zadania - matura poprawkowa

Matematyka | poziom podstawowy

Zadania za 1 pkt

Zadanie nr 1

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\log_{25} 1 - \frac{1}{2}\log_{25} 5$ jest równa

A. $-\frac{1}{4}$ **B.** $\left(-\frac{1}{2}\right)$ **C.** $\frac{1}{4}$ **D.** $\frac{1}{2}$

Zadanie nr 2

Liczby x_1 i x_2 są różnymi rozwiązaniami równania $|x + 4| = 7$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Suma $x_1 + x_2$ jest równa

A. (-14) **B.** -8 **C.** 3 **D.** 8

Zadanie nr 3

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Równanie $\frac{(x^2 - 3x)(x + 2)}{x^2 - 4} = 0$ w zbiorze liczb rzeczywistych ma dokładnie

A. jedno rozwiązanie. **B.** dwa rozwiązania. **C.** trzy rozwiązania. **D.** cztery rozwiązania.

Zadanie nr 4

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dla każdej liczby rzeczywistej x różnej od 0 i 2 wyrażenie $\frac{x^2 + x}{(x - 2)^2} \cdot \frac{x - 2}{x}$ jest równe

A. $\frac{x^2 + 1}{x - 2}$ **B.** $\frac{x + 1}{2}$ **C.** $\frac{x^2}{(x - 2)^2}$ **D.** $\frac{x + 1}{x - 2}$

Zadanie nr 5

W ostrosłupie prawidłowym trójkątnym wszystkie krawędzie mają długość 8. Pole powierzchni całkowitej tego ostrosłupa jest równe

A. $64\sqrt{3}$ **B.** $64\sqrt{2}$ **C.** $16\sqrt{3}$ **D.** $16\sqrt{2}$

Zadanie nr 6

Trapez T_1, o polu równym 52 i obwodzie 36, jest podobny do trapezu T_2. Pole trapezu T_2 jest równe 13.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Obwód trapezu T_2 jest równy

A. 18 **B.** 9 **C.** $\frac{169}{9}$ **D.** $\frac{52}{3}$

Zadanie nr 7

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Łączna liczba klientów obsłużonych w czasie wszystkich analizowanych dni jest równa $L(30)$.	**P**	**F**
W trzecim dniu analizowanego okresu obsłużono 336 klientów.	**P**	**F**

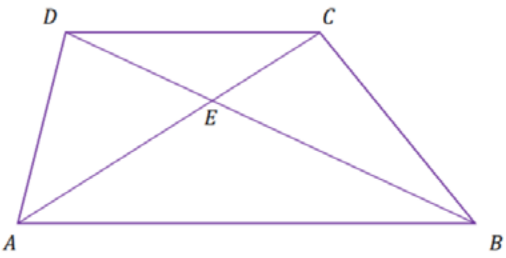
Zadanie nr 8

W ciągu geometrycznym (a_n) dane są $a_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}$ i $a_3 = -\frac{3}{2}$. Wtedy wyraz a_1 jest równy

A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

Zadanie nr 9

W trapezie $ABCD$ o podstawach AB i CD przekątne przecinają się w punkcie E (zobacz rysunek).



Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Trójkąt ABE jest podobny do trójkąta CDE.	**P**	**F**
Pole trójkąta ACD jest równe polu trójkąta BCD.	**P**	**F**

Zadanie nr 10

Dla każdej liczby rzeczywistej a wyrażenie $(2a-3)^2-(2a+3)^2$ jest równe:

A. $-24a$

B. 0

C. 18

D. $16a^2-24a$

Zadanie nr 11

Iloczyn wszystkich rozwiązań równania $2(x-4)(x^2-1)=0$ jest równy

A. -8 **B.** -4 **C.** 4 **D.** 8

Zadanie nr 12

Dokończ zdanie tak, aby było prawdziwe. Wybierz odpowiedź A albo B oraz jej uzasadnienie 1., 2. albo 3.

Dominanta masy 50 zważonych jabłek (w zaokrągleniu do pełnych dekagramów) z pobranej próby kontrolnej jest równa

A.	20 dag	ponieważ	**1.**	ta masa jest największa w tej próbie.
B.	23 dag		**2.**	iloczyn tej masy i liczby jabłek o takiej masie jest największy w tej próbie.
			3.	ta masa występuje najliczniej w tej próbie.

Zadanie nr 13

Pięciowyrazowy ciąg $\left(-3,\ \frac{1}{2},\ x,\ y,\ 11\right)$ jest arytmetyczny.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczby x oraz y są równe

A. $x=4$ oraz $y=\frac{15}{2}$.

B. $x=\frac{15}{2}$ oraz $y=4$.

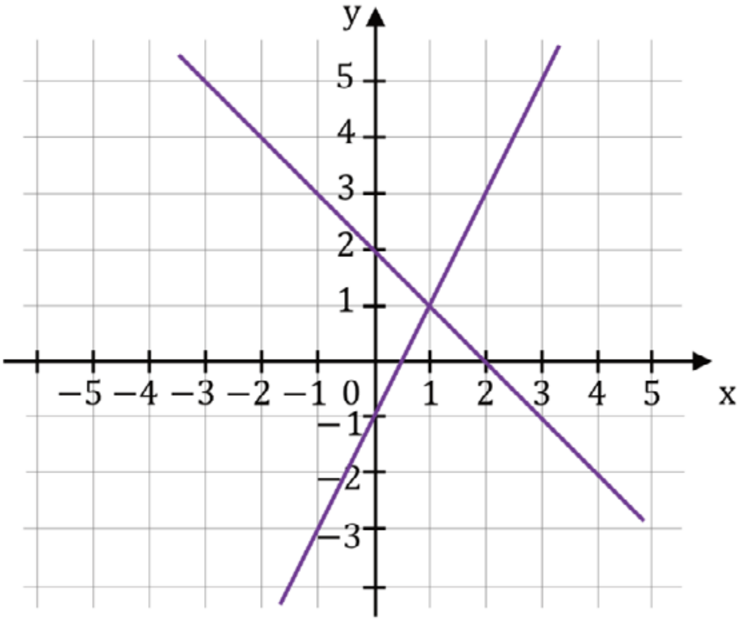
C. $x=-4$ oraz $y=\frac{15}{2}$.

D. $x=-\frac{15}{2}$ oraz $y=4$.

Zadanie nr 14

Pan Stanisław spłacił pożyczkę w wysokości 8910 zł w osiemnastu ratach. Każda kolejna rata była mniejsza od poprzedniej o 30 zł. Oblicz kwotę pierwszej raty. Zapisz obliczenia.

Zadanie 10. (1pkt) Na rysunku przedstawiono interpretację geometryczną w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) jednego z niżej zapisanych układów równań A-D.



Układem równań, którego interpretację geometryczną przedstawiono na rysunku, jest:

A. $\begin{cases} y = -x + 2 \\ y = -2x + 1 \end{cases}$

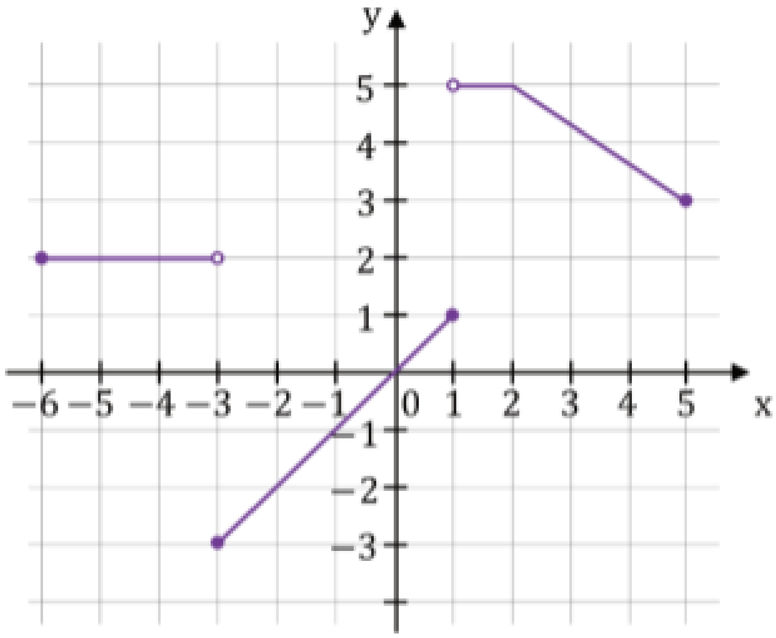
B. $\begin{cases} y = x - 2 \\ y = -2x - 1 \end{cases}$

C. $\begin{cases} y = x - 2 \\ y = 2x + 1 \end{cases}$

D. $\begin{cases} y = -x + 2 \\ y = 2x - 1 \end{cases}$

Zadanie nr 16

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) narysowano wykres funkcji $y = f(x)$ (zobacz rysunek)



Zadanie 12.1. (1pkt) Dziedziną funkcji f jest zbiór:

A. $\langle -6; 5\rangle$

B. $(-6; 5)$

C. $(-3; 5)$

D. $\langle -3; 5)$

Zadanie nr 17

Liczba x stanowi 80% liczby dodatniej y. Wynika stąd, że liczba y to

A. 125% liczby x.

B. 120% liczby x.

C. 25% liczby x.

D. 20% liczby x.

Zadanie nr 18

Pole powierzchni bocznej walca jest równe 16π, a promień jego podstawy ma długość 2.

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Objętość tego walca jest równa

A. 16 **B.** 32 **C.** 16π **D.** 32π

Zadanie nr 19

W pewnej grupie uczniów przeprowadzono ankietę na temat liczby odsłuchanych audiobooków w lutym 2022 roku. Wyniki ankiety przedstawiono w tabeli.

Liczba odsłuchanych audiobooków	0	1	2	3	4	7
Liczba uczniów	9	5	3	4	1	3

Mediana liczby odsłuchanych audiobooków w tej grupie uczniów jest równa

A. 3 **B.** 2 **C.** 1 **D.** $\frac{3}{2}$

Zadanie nr 20

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dane są: punkt $A = (8, 11)$ oraz okrąg o równaniu $(x - 3)^2 + (y + 1)^2 = 25$.

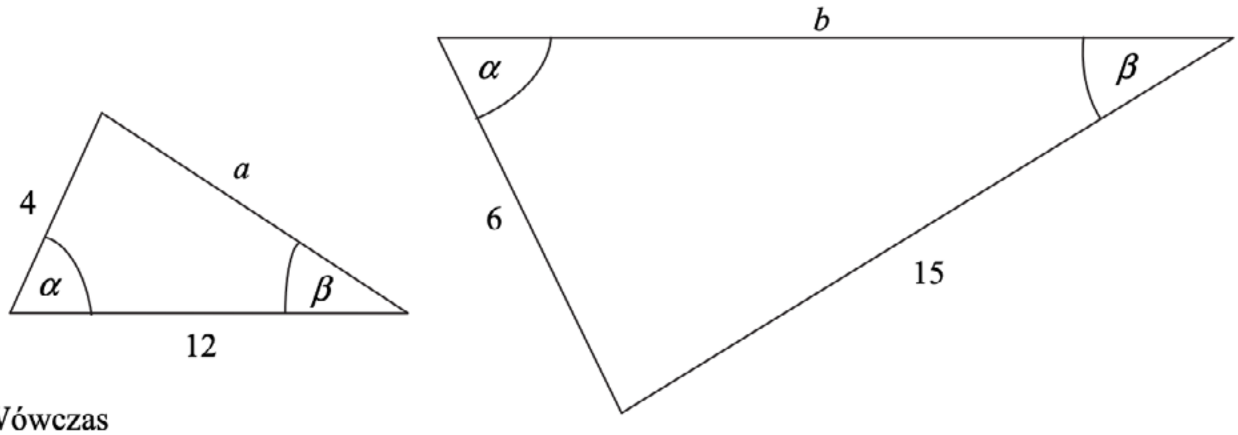
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Odległość punktu A od środka tego okręgu jest równa

A. 25 **B.** 13 **C.** $\sqrt{125}$ **D.** $\sqrt{265}$

Zadanie nr 21

Przedstawione na rysunku trójkąty są podobne.



Wówczas

A. $a = 13$, $b = 17$ **B.** $a = 10$, $b = 18$ **C.** $a = 9$, $b = 19$ **D.** $a = 11$, $b = 13$

Zadanie nr 22

Wartość wyrażenia $2\sin^2 18^\circ + \sin^2 72^\circ + \cos^2 18^\circ$ jest równa

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 4

Zadanie nr 23

Równanie $x(x-2) = (x-2)^2$ w zbiorze liczb rzeczywistych

A. nie ma rozwiązań.

B. ma dokładnie jedno rozwiązanie: $x = 2$.

C. ma dokładnie jedno rozwiązanie: $x = 0$.

D. ma dwa różne rozwiązania: $x = 1$ i $x = 2$.

Zadanie nr 24

Miary kątów pewnego czworokąta pozostają w stosunku 4 : 3 : 3 : 2. Wynika stąd, że najmniejszy kąt tego czworokąta ma miarę

A. 60° **B.** 50° **C.** 40° **D.** 30°

Zadanie nr 25

Dany jest wielomian

$$W(x) = 3x^3 + kx^2 - 12x - 7k + 12$$

gdzie k jest pewną liczbą rzeczywistą. Wiadomo, że liczba (-2) jest pierwiastkiem tego wielomianu.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba k jest równa

A. 2 **B.** 4 **C.** 6 **D.** 8

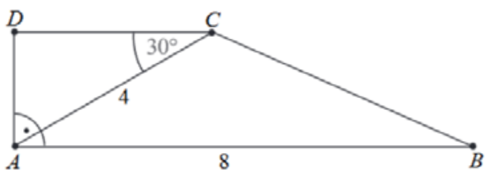
Zadanie nr 26

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dana jest prosta k o równaniu $y = 5x + 7$. Prosta l jest równoległa do prostej k i przecina oś Oy w punkcie $(0, -4)$. Punkt o współrzędnych $(p, 2)$ należy do prostej l.

Oblicz p. Zapisz obliczenia.

Zadanie nr 27

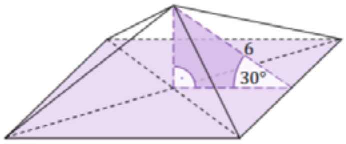
W trapezie prostokątnym $ABCD$ dłuższa podstawa AB ma długość 8. Przekątna AC tego trapezu ma długość 4 i tworzy z krótszą podstawą trapezu kąt o mierze 30° (zobacz rysunek). Oblicz długość przekątnej BD tego trapezu.



Zadania za 4 pkt

Zadanie nr 28

Dany jest ostrosłup prawidłowy czworokątny. Wysokość ściany bocznej tego ostrosłupa jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem 30° i ma długość równą 6 (zobacz rysunek).

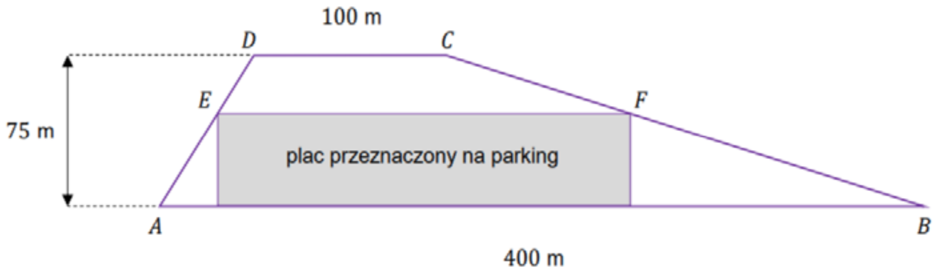


Oblicz objętość i pole powierzchni całkowitej tego ostrosłupa. Zapisz obliczenia.

Zadanie nr 29

Działka ma kształt trapezu. Podstawy AB i CD tego trapezu mają długości $|AB| = 400$ m oraz $|CD| = 100$ m. Wysokość trapezu jest równa 75 m, a jego kąty DAB i ABC są ostre.

Z działki postanowiono wydzielić plac w kształcie prostokąta z przeznaczeniem na parking. Dwa z wierzchołków tego prostokąta mają leżeć na podstawie AB tego trapezu, a dwa pozostałe - E oraz F - na ramionach AD i BC trapezu (zobacz rysunek).



Wyznacz długości boków prostokąta, dla których powierzchnia wydzielonego placu będzie największa. Wyznacz tę największą powierzchnię. Zapisz obliczenia.

Wskazówka:

Aby powiązać ze sobą wymiary prostokąta, skorzystaj z tego, że pole trapezu ABCD jest sumą pól trapezów ABFE oraz EFCD:

$$P_{ABCD} = P_{ABFE} + P_{EFCD}$$

Klucz odpowiedzi

ZADANIE 1. **A**
ZADANIE 2. **B**
ZADANIE 3. **B**
ZADANIE 4. **D**
ZADANIE 5. **A**
ZADANIE 6. **A**
ZADANIE 7. **FB**
ZADANIE 8. **A**
ZADANIE 9. **PP**
ZADANIE 10. **A**
ZADANIE 11. **B**
ZADANIE 12. **A3**
ZADANIE 13. **A**
ZADANIE 14. **a1=750**
ZADANIE 15. **D**
ZADANIE 16. **A**
ZADANIE 17. **A**
ZADANIE 18. **C**
ZADANIE 19. **C**
ZADANIE 20. **B**
ZADANIE 21. **B**
ZADANIE 22. **C**
ZADANIE 23. **B**
ZADANIE 24. **A**
ZADANIE 25. **B**
ZADANIE 26.

Prosta l jest równoległa do prostej k, zatem współczynnik kierunkowy prostej l jest równy 5. Ponadto prosta l przecina oś Oy w punkcie $(0,-4)$, zatem równanie prostej l ma postać: $y = 5x - 4$.

Punkt o współrzędnych $(p, 2)$ należy do prostej l, stąd:

$$2 = 5p - 4$$

$$p = \frac{6}{5}$$

ZADANIE 27.

Dane:
$|AB| = 8$, $|AC| = 4$, $\angle(AC, CD) = 30^\circ$.

Z trójkąta prostokątnego:

$$\sin 30^\circ = \frac{|AD|}{4}$$
$$\frac{1}{2} = \frac{|AD|}{4}$$
$$|AD| = 2$$

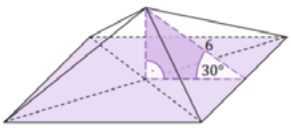
Przekątna BD jest przeciwprostokątną w trójkącie prostokątnym o przyprostokątnych AD i AB:

$$|BD|^2 = 2^2 + 8^2$$
$$|BD|^2 = 4 + 64 = 68$$
$$|BD| = \sqrt{68} = \sqrt{4 \cdot 17} = 2\sqrt{17}$$

Odpowiedź:

$$|BD| = 2\sqrt{17}$$

ZADANIE 28.



Z rysunku:

$H / 6 = \sin 30^\circ$
$H / 6 = 1 / 2$
$H = 3$

$x / 6 = \cos 30^\circ$
$x / 6 = \sqrt{3} / 2$
$x = 3\sqrt{3}$

$a = 2x$
$a = 2 \cdot 3\sqrt{3}$
$a = 6\sqrt{3}$

Objętość ostrosłupa:

$V = 1/3 \cdot Pp \cdot H$
$V = 1/3 \cdot (6\sqrt{3})^2 \cdot 3$
$V = 1/3 \cdot 108 \cdot 3$
$V = 108$

Pole powierzchni całkowitej:

$Pc = Pp + 4 \cdot Psb$
$Pc = (6\sqrt{3})^2 + 4 \cdot 1/2 \cdot 6\sqrt{3} \cdot 6$
$Pc = 108 + 2 \cdot 36\sqrt{3}$
$Pc = 108 + 72\sqrt{3}$

ZADANIE 29.

Dane:

$|AB| = 400 \text{ m}$, $|CD| = 100 \text{ m}$, wysokość trapezu $h = 75 \text{ m}$.

W trapezie wycinamy prostokąt: jego dolne wierzchołki leżą na AB, a górne na ramionach AD i BC.

Niech:

- b – wysokość prostokąta (czyli odległość jego górnego boku od AB), $0 < b < 75$
- a – długość prostokąta (długość jego podstawy na AB)

1. Zależność $a(b)$

Szerokość trapezu maleje liniowo od 400 do 100 na wysokości 75 m.

Różnica podstaw: $400 - 100 = 300$.

Na 75 m daje to „zwężanie":

$$\frac{300}{75} = 4 \text{ m na 1 m wysokości}$$

Zatem szerokość przekroju równoległego do podstaw na wysokości b wynosi:

$$a = 400 - 4b$$

To właśnie długość górnego boku prostokąta, a ponieważ to prostokąt, jest to też jego dolny bok, więc to długość a.

2. Pole prostokąta jako funkcja b

$$P(b) = a \cdot b = (400 - 4b) \cdot b$$
$$P(b) = 400b - 4b^2$$

To parabola skierowana w dół, więc ma maksimum w wierzchołku:

$$b = \frac{-400}{2 \cdot (-4)} = \frac{400}{8} = 50$$

Sprawdzenie dziedziny: $0 < 50 < 75$ – OK.

3. Maksymalne pole i wymiary

$$a = 400 - 4 \cdot 50 = 400 - 200 = 200$$
$$P_{\max} = 200 \cdot 50 = 10000 \text{ m}^2$$

Odpowiedź:

Największe pole ma prostokąt o bokach:

$$a = 200 \text{ m}, \quad b = 50 \text{ m}$$

Maksymalna powierzchnia:

$$P_{\max} = 10000 \text{ m}^2$$

WYŻSZA SZKOŁA KSZTAŁCENIA ZAWODOWEGO

www.studia-online.pl